第二次作业

1. （20分）基于支持向量机解决XOR问题

下表给出了四组输入向量和响应

|  |  |
| --- | --- |
| 输入向量 | 期望的响应 |
| （-1,-1） | -1 |
| （-1,+1） | +1 |
| （+1,-1） | +1 |
| （+1,+1） | -1 |

定义如下核：

可将对应的核函数推断为

基于上表中的四组数据，求解下面svm的对偶形式：

并满足约束条件：



进而给出最优超平面的表达形式（请写出具体的求解过程）

1．

***解：***

计算核矩阵得 

将核矩阵中对应值代入  得



约束条件为





由约束条件、核矩阵、  的形式，观察到该问题的对称性，不妨令 

得



由于目标为 ，故令 

得



将  代入  得



经计算确认，四组输入向量  均准确得到期望的响应 。

故最优超平面对应的方程表达形式为



1. （15分）试证明核学习中的如下表示定理：

表示定理:对于任意单调增函数和任意非负损失函数，优化问题

h

的解总可以写为：



2.

***证明：***

设再生核希尔伯特空间，即待最小化的目标函数，所对应的核函数为

定义映射



则  是一个  的映射

由于  是一个对应了再生核希尔伯特空间的核函数，由再生性得



对于给定的 ，可以将任意  正交分解为两部分的和，一部分是 的线性组合 ，另一部分常向量  满足 ，由此得到



由于  是核函数的线性组合， 为常向量，故  也是具有再生性的核函数。因此，将  应用于任意训练集的数据点  时，有



观察到结果与  无关。同理， 中的项  也与  无关。对于项 ，因为  与  正交，并且  是单调递增的，因此



不妨令 ，即 ，此时并不影响  的值，同时由于  单调，因此最小化经验风险  在  中一定满足 ，即一定满足



**提交方式** ： 答案压缩成一个zip 包，并命名为：学号-姓名-第二次大作业.zip ，提交至助教邮箱guoxin2863@163.com。